Уважаемый автор вопроса!

Отвечаю на Ваш вопрос.

Путешествия в рамках специальной теории относительности

В рамках Специальной теории относительности для движущегося наблюдателя со скоростью v, имеем – ход времени t' в его системе отсчёта и ход времени t в системе неподвижного наблюдателя связаны соотношением

t'=t*(1-v2/c**2)**(1/2).**

Если w – ускорение, $v_0=0$, $t_0=0$, то

$$v = \frac{wt}{\sqrt{1+\frac{w^2t^2}{c^2}}},$$

$$x = \frac{c^2}{w}\bullet(\sqrt{1+\frac{w^2t^2}{c^2}} -1),$$

$$t' = \int_0^t \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}dt = \frac{c}{w}\bullet \mathrm{Arsh}\ \frac{wt}{c} = \frac{c}{w}.\ln\left(\frac{wt}{c}+\sqrt{\frac{w^2t^2}{c^2}+1}\right).$$

t' – собственное время равноускорено движущейся частицы.

При t→∞, $t' = \frac{c}{w}\bullet\ln(\frac{2wt}{c})$.

(Если по часам для путешественников к Туманности Андромеды пройдёт t'= 26 лет, то по часам землян пройдёт t= 1500 000 лет. При условии, что первую половину пути космический корабль движется с ускорением свободного падения (g), а вторую половину пути замедляется с таким же (по модулю) ускорением. При таком путешествии к центру Галактики потребуется t'=19 лет – по часам путешественников).

Путешествия (космические полёты) в рамках общей теории относительности (метрика Шварцшильда)

Интервал времени на поверхности тела сокращается по отношению к интервалу времени t бесконечно удалённого наблюдателя в отношении $\sqrt{1-\frac{r_g^2}{r^2}}$.

При $r\to \mathbf{r_g} = \frac{2Gm'}{c^2}$ – гравитационный радиус тела с массой m', – все процессы на теле по отношению к внешнему наблюдателю «застывают». Частота спектральной линии, испускаемой на теле и воспринимаемой удалённым наблюдателем, уменьшается и этим эффектом гравитационного красным смещением и эффектом Доплера от движения источника, падающего к центру вместе с поверхностью шара. Когда радиус шара близок к r_g (v – скорость, c – скорость света) этот эффект уменьшает частоту в $\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ раз. Под влиянием обоих эффектов наблюдаемая частота стремится к 0 при $r \sim r_g$, по закону $\omega = \mathrm{const}(1-\frac{r_g}{r})$. (Чёрная дыра взаимодействует с внешним миром только своим статическим гравитационным полем).

Зависимость r(t) для частицы, движущейся в *шварцшильдовском* поле (у тела с массой m' отсутствует электрический заряд и момент импульса) находится из уравнения

$$\frac{1}{1-\frac{r_g}{r}}.\frac{1}{c}.\frac{dr}{dt} = \frac{1}{E_0}\left[E_0^2 - U^2(r)\right]^{1/2},$$

где

$$U(r) = mc^2 \bullet \left[\left(1-\frac{r_g}{r}\right)\bullet\left(1+\frac{L^2}{m^2c^2r^2}\right)\right]^{1/2}.$$

Здесь m – масса частицы, L – момент её импульса.

Радиусы круговых орбит и соответствующие значения E_0 – энергии и момента импульса L определяются экстремумами функции U(r), причём минимумы отвечают устойчивым, а максимумы – неустойчивым орбитам.

Совместное решение уравнений $U(r) = E_0$, $U'(r)=0$, даёт

$$\frac{r}{r_g} = \frac{L^2}{m^2c^2r_g^2}\bullet\left[1\pm\sqrt{1-\frac{3m^2c^2r_g^2}{L^2}}\right],$$

$$E_0 = Lc\sqrt{\frac{2}{r\,r_g}}\bullet(1-\frac{r_g}{r}).$$

«+» – устойчивые орбиты, «-» – неустойчивые орбиты.
Ближайшая к центру устойчивая круговая орбита имеет параметры:
$r=3r_g$, $L=3^{1/2}mcr_g$, $E_0=(8/9)^{1/2}mc^2$.
Минимальный радиус неустойчивой орбиты равен $3r_g/2$.
Угловая скорость, в поле тяготения чёрной дыры на **ближайшей к центру устойчивой круговой** орбите, даётся выражением

$$\omega_\varphi^2 = \dot{\varphi}^2 = \frac{L^2}{m^2 r_+^4}.$$

Здесь $L=3^{1/2}mcr_g=3^{1/2}2Gm'/c$. (Поскольку $r_g = \frac{2Gm'}{c^2}$).

$$r_+ = \frac{L^2 r_g}{m^2c^2r_g^2}\bullet[1+\sqrt{1-\frac{3m^2c^2r_g^2}{L^2}}] = 3r_g = \frac{6Gm'}{c^2}.$$

Тогда

$$\omega_\varphi = \frac{1}{2\bullet 3\sqrt{3}}\bullet\frac{c^3}{Gm'}.$$

Орбитальный период $T_{ОТО}$ движения по <u>этой</u> орбите найдём из выражения (с учётом общей теории относительности)

$$T_{ОТО} = \frac{2\pi}{\omega_\varphi} = \frac{12\sqrt{3}\,\pi Gm'}{c^3}.$$

Использование классического выражения для 3-го закона Кеплера привело бы к «соотношению»

$$T_{Ньютон} = 2\pi(r_+^{\,3}/(Gm'))^{1/2} = \frac{12\pi\sqrt{6}Gm'}{c^3}.$$

Очевидно,

$$\frac{T_{ОТО}}{T_{Ньютон}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707106781.$$

Из приведённых соотношений можно оценить скорость движения V_+ – по указанной выше орбите – и найти, интересующее Вас отношение t'/t=0.9428090416 (см. выше формулы для СТО).
$V_+=\omega_\varphi \cdot r_+$.

Предложенный Вами сценарий– «промотать быстро время на Земле, к примеру на 1000 лет вперёд, находясь на орбите чёрной дыры, к примеру 1 год?» – возможен на *неустойчивой* орбите при движении со скоростью 3*(111111)**(1/2)*c/1000=0.999999501*c. При этом произойдёт либо удаление от чёрной дыры, либо падение в чёрную дыру (в зависимости от начального расстояния от чёрной дыры и начального направления движения космического аппарата).

Более подробные выводы – см. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля:
https://studfile.net/preview/878170/
http://alexandr4784.narod.ru/l02/l2_gl01_07.pdf.

На английском языке:
http://quark.itp.tuwien.ac.at/~grumil/pdf/BHLectureNotes.pdf

С уважением Н.И. Перов.